

A. LÝ THUYẾT

I. Phần đại số:

1, Phương trình bậc hai một ẩn số (ẩn x): là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

2, Công thức nghiệm của phương trình bậc hai: Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) với biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$

- Nếu $\Delta > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Nếu $\Delta = 0$ phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

- Nếu $\Delta < 0$ phương trình vô nghiệm.

Công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai:

Phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

Với $b = 2b'$ và $\Delta' = b'^2 - ac$

- Nếu $\Delta' > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$

- Nếu $\Delta' = 0$ phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$

- Nếu $\Delta' < 0$ phương trình vô nghiệm

3, Hệ thức Vi-ét đối với pt bậc hai: Nếu x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình bậc hai

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) thì $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

4, Các cách nhẩm nghiệm đối với phương trình bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a}$

- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có hai nghiệm: $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{-c}{a}$

- Có thể dùng Vi-ét để nhẩm nghiệm: kiểm tra xem phương trình có nghiệm hay không rồi tính tổng và tích các nghiệm, sau đó nhẩm nghiệm của phương trình

5, Điều kiện để phương trình bậc hai một ẩn:

- Có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$ (hoặc $\Delta' \geq 0$)

- Vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$ (hoặc $\Delta' < 0$)

- Có nghiệm kép $\Delta = 0$ (hoặc $\Delta' = 0$)

- Có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$ (hoặc $\Delta' > 0$)

Chú ý: Nếu $a \cdot c < 0$ thì phương trình bậc hai một ẩn luôn có hai nghiệm phân biệt.

6, Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

B₁: Lập phương trình:

- Chọn ẩn và đặt điều kiện cho ẩn

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và đại lượng đã biết

- Lập phương trình.

B₂: Giải phương trình

B₃: Kết luận: Kiểm tra và trả lời.

II. Phần hình học:

*** GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN**

1, Các góc với đường tròn:

- Góc ở tâm: có số đo bằng số đo cung bị chắn
- Góc nội tiếp: có số đo bằng $\frac{1}{2}$ số đo cung bị chắn.

Đặc biệt: Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn bằng 90° .

- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung: có số đo bằng $\frac{1}{2}$ số đo cung bị chắn.
- Góc có đỉnh nằm trong đường tròn: có số đo bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn
- Góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn: có số đo bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn

2, Các cách chứng minh một tứ giác là tứ giác nội tiếp:

- Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° .
- Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện.
- Tứ giác có hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc không đổi.
- Tìm được một điểm cách đều 4 đỉnh của tứ giác (điểm này chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác)

3, Khai thác tứ giác nội tiếp:

- Các góc đối bù nhau
- Các góc bằng nhau:
 - + Góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện
 - + Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
- Các cặp tam giác đồng dạng
- Hệ thức về đường chéo

4, Các công thức tính:

- Chu vi đường tròn: $C=2\pi R$.
- Diện tích hình tròn: $S=\pi R^2$.
- Độ dài cung tròn: $l=\frac{\pi R n}{180}$
- Diện tích quạt tròn: $S=\frac{\pi R^2 n}{360}=\frac{lR}{2}$

*** HÌNH TRỤ - HÌNH NÓN - HÌNH CẦU**

1. Hình trụ: Khi quay hình chữ nhật một vòng quanh một cạnh cố định, ta được một hình trụ.

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rh$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2$
- Thể tích: $V = S \cdot h = \pi r^2 h$

Trong đó: S : diện tích đáy; h : chiều cao; r : bán kính đáy

2. Hình nón: Khi quay tam giác vuông một vòng quanh một cạnh góc vuông cố định thì được một hình nón.

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$
- Thể tích: $V = S \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Trong đó: S : diện tích đáy; h : chiều cao; r : bán kính đáy; l : đường sinh.

3. Hình nón cụt: Khi cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đáy thì phần mặt phẳng nằm trong hình nón là một hình tròn. Phần hình nón nằm giữa mặt phẳng nói trên và mặt đáy được gọi là hình nón cụt.

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi(r_1 + r_2)l$
- Thể tích: $V = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

A. $2\sqrt{5}-3$. **B.** $\sqrt{5}-2$. **C.** $2-\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3-2\sqrt{5}}$.

Câu 13. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{\frac{-2023}{x-2024}}$ là

- A. $x \geq 2024$. B. $x \neq 2024$. C. $x > 2024$. D. $x < 2024$.

Câu 14. Tam giác ABC vuông tại A có $AB : AC = 2 : 3$ và đường cao $AH = 6 \text{ cm}$.

Vậy HC bằng

- A. 4 cm . B. 9 cm . C. 12 cm . D. 15 cm .

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $AC = 8 \text{ cm}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. 4 cm . B. $4\sqrt{2} \text{ cm}$. C. $8\sqrt{2} \text{ cm}$. D. 16 cm .

Câu 16. Tất cả giá trị của x để biểu thức $\sqrt{8+2x}$ có nghĩa là

- A. $x \geq -4$. B. $x \leq -4$. C. $x > -4$. D. $x < -4$.

Câu 17. Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $y = 2 - 4x$. B. $y = 2x^2$. C. $y = -2x^2$. D. $y = 4 + 2x$.

Câu 18. Cho đường thẳng $d_1 : y = m - 1x + 4$ với (m là tham số). Giá trị của tham số m để đường thẳng d_1 song song với đường thẳng $d_2 : y = 3x + 5$

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = -\frac{1}{3}$. D. $m = 1$.

Câu 19. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ có cặp nghiệm $x; y$ bằng

- A. $x; y = 1; 2$. B. $x; y = 2; -1$. C. $x; y = 2; 3$. D. $x; y = -3; 2$.

Câu 20. Hai bạn Hòa và Bình đến nhà sách mua 1 hộp bút lông viết bảng và 4 hộp bút bi là 318 000 đồng. Số tiền mà Bình phải trả khi mua 3 hộp bút lông và 2 hộp bút bi là 514 000 đồng. Giá tiền của một hộp bút lông và một hộp bút bi lần lượt là

- A. 150 000 đồng và 32 000 đồng. B. 142 000 đồng và 44 000 đồng.
C. 44 000 đồng và 142 000 đồng. D. 178 000 đồng và 35 000 đồng.

Câu 21. Cho đường tròn tâm O , bán kính $R = 5 \text{ (cm)}$ có dây cung $AB = 8 \text{ (cm)}$.

Khoảng cách từ O tới đường thẳng AB là

- A. $d = 1 \text{ (cm)}$. B. $d = \sqrt{3} \text{ (cm)}$. C. $d = 3 \text{ (cm)}$. D. $d = \sqrt{41} \text{ (cm)}$.

Câu 22. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$. Khi đó

- A. AC là tiếp tuyến của $(B; 6)$. B. AB là tiếp tuyến của $(B; 8)$.

C. AB là tiếp tuyến của $(C;6)$.

D. AC là tiếp tuyến của $(C;8)$.

Câu 23. Biết phương trình $x^2 + 2x - 15 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 biết $x_1 < x_2$. Khi đó $2x_1 + x_2$ bằng

A. -7 .

B. 1 .

C. 5 .

D. 15 .

Câu 24. Phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$ có biệt thức Δ bằng

A. $\Delta = 9$.

B. $\Delta = 7$.

C. $\Delta = 25$.

D. $\Delta = 13$.

Câu 25 Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$. Khi đó $\tan C$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 26. Cho hai đường tròn $O;R$ và $O';r$ thỏa mãn $R > r$ đồng thời $R - r < OO' < R + r$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hai đường tròn đựng nhau.

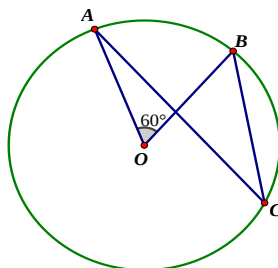
B. Hai đường tròn cắt nhau.

C. Hai đường tròn tiếp xúc ngoài.

D. Hai đường tròn tiếp xúc trong.

Câu 27. Cho đường tròn O lấy các điểm phân biệt A, B, C sao cho $AOB = 60^\circ$ (như hình vẽ dưới

đây). Số đo ACB bằng



A. 15° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 28. Cho đường tròn tâm (O) , bán kính $R = 5(\text{cm})$. Có dây cung $AB = 6(\text{cm})$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng AB bằng

A. $\sqrt{29}(\text{cm})$.

B. $2(\text{cm})$.

C. $4(\text{cm})$.

D. $\sqrt{34}(\text{cm})$.

Câu 29. Một cây cột điện bị gãy xuống chạm mặt đất. Phần ngọn chạm đất cách gốc cây cột điện 8 m . Phần bị gãy tạo với mặt đất một góc 50° . Tính chiều cao còn lại của cây cột điện. Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm.

A. $9,50\text{ m}$.

B. $9,53\text{ m}$.

C. $9,54\text{ m}$.

D. $9,55\text{ m}$.

*TỰ LUẬN

PHẦN ĐẠI SỐ:

Dạng 1: Bài tập về phương trình bậc hai một ẩn

a, Các dạng bài:

- Tìm nghiệm phương trình của bậc hai.
- Tìm điều kiện để phương trình: Có nghiệm, có hai nghiệm phân biệt, có nghiệm kép, vô nghiệm.
- Chứng tỏ rằng phương trình bậc hai có chứa tham số luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số
- Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm thoả mãn hệ thức nào đó.
- Không giải phương trình, tính tổng và tích các nghiệm, tính giá trị của biểu thức chứa các nghiệm, ...
- Tìm hai số khi biết tổng và tích, lập một phương trình có hai nghiệm là hai số thoả mãn điều kiện nào đó.

b, Phương pháp làm:

- Có thể giải phương trình bậc hai theo một trong những cách sau:
 - + Nhẩm nghiệm (theo $a + b + c$ hoặc $a - b + c$ hoặc dùng đ/lí Vi-ét)
 - + Giải theo công thức nghiệm hoặc công thức nghiệm thu gọn.
 - + Đưa về phương trình tích, ...
- Số nghiệm của phương trình bậc hai phụ thuộc vào biệt thức Δ .
- Dấu của phương trình bậc hai phụ thuộc vào tổng và tích hai nghiệm của pt
- Lưu ý khi sử dụng định lí Vi-ét cần kiểm tra xem phương trình có nghiệm không, hoặc phải đặt điều kiện để phương trình có nghiệm rồi mới tính tổng và tích các nghiệm.

Bài tập tự luyện:

Bài 1 : Giải các phương trình

- | | |
|--------------------------|---|
| 1) $x^2 - 6x + 14 = 0$; | 2) $3x^2 + 5x + 2 = 0$; |
| 3) $x^2 - 4x + 2 = 0$; | 4) $2\sqrt{3}x^2 + x - 1 = \sqrt{3}(x + 1)$; |

Bài 2 : Cho phương trình $2x^2 - (4m+3)x + 2m^2 - 1 = 0$ (m là tham số)

Tìm giá trị m để phương trình.

- Phương trình có nghiệm
- Phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- Phương trình có nghiệm kép
- Phương trình vô nghiệm

Bài 3: Chứng minh rằng các phương trình sau luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$; | 2) $x^2 + 2(m + 2)x - 4m - 12 = 0$ |
|------------------------------------|------------------------------------|

Bài 4 : Tính nhẩm nghiệm của phương trình:

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| a, $x^2 - 7x + 12 = 0$ | b, $3x^2 - 7x + 4 = 0$ | c, $7x^2 - 5x - 12 = 0$ |
|------------------------|------------------------|-------------------------|

Bài 5 : Gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phương trình $4x^2 + 5x - 3 = 0$. Không giải phương trình hãy tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = (3x_1 - 2x_2)(3x_2 - 2x_1); \quad B = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}; \quad D = \frac{x_1 + 2}{x_1} + \frac{x_2 + 2}{x_2}$$

Bài 6: Tìm m để phương trình $mx^2 - (m - 4)x + 2m = 0$ có nghiệm thoả mãn hệ thức $2(x_1^2 + x_2^2) = 5x_1x_2$

Bài 7. Cho phương trình $x^2 - (m + 4)x + 3m + 3 = 0$

- Tìm m để phương trình có 1 nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại của phương trình.
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1^3 + x_2^3 \geq 0$

Bài 8: Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 4m = 0$

- 1, Với điều kiện nào của m thì phương trình có hai nghiệm cùng dấu (trái dấu)
- 2, Với điều kiện nào của m thì phương trình có hai nghiệm cùng dương (cùng âm).
- 3, Tìm m để phương trình có hai nghiệm sao cho nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
- 4, Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $2x_1 - x_2 = -2$.
- 5, Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $A = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài 9: Cho phương trình $2x^2 + (2p-1)x + p-1=0$

Tìm một hệ thức giữa các nghiệm không phụ thuộc vào p.

Dạng 2: Giải phương trình quy về phương trình bậc hai

a, Các dạng bài:

- Phương trình chứa ẩn ở mẫu
- Phương trình bậc cao: (Phương trình trùng phương, Phương trình bậc ba, bậc bốn,...)

b, Phương pháp giải:

- Giải theo các phương pháp đã được học, đưa về Phương trình tích, lưu ý cách đặt ẩn phụ để đưa phương trình về các dạng phương trình đã biết.
- Chú ý đặt điều kiện và kiểm tra điều kiện của ẩn ở từng trường hợp.

c, Ví dụ: Giải phương trình sau: $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$;

Giải:

Đặt $t = x^2$ (ĐK: $t \geq 0$)

Ta có pt: $4t^2 + 7t - 2 = 0$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{81} = 9$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-7+9}{8} = \frac{1}{4} \text{ (T/m ĐK)} ; t_2 = \frac{-7-9}{8} = -2 \text{ (loại)}$$

$$\text{Với } t = t_1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} ; x_2 = -\frac{1}{2}$$

Vậy pt đã cho có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{1}{2} ; x_2 = -\frac{1}{2}$

d, Bài tập tự luyện:

Bài 1 : Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \frac{x}{x-2} + \frac{x+3}{x-1} = 6 \quad \text{b) } \frac{2x-1}{x} + 3 = \frac{x+3}{2x-1}$$

Bài 2 : Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } x^4 - 13x^2 + 36 = 0 ;$$
$$\text{b) } (2x + 1)^4 - 8(2x + 1)^2 - 9 = 0$$

Bài 3 : Giải các phương trình sau bằng cách đưa về dạng tích hoặc đặt ẩn phụ đưa về phương trình bậc hai:

$$\text{a) } 2x^3 - 7x^2 + 5x = 0 ; \quad \text{b) } 2x^3 - x^2 - 6x + 3 = 0 ;$$
$$\text{c) } x^4 + x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0 ; \quad \text{d) } x^4 = (2x^2 - 4x + 1)^2.$$

Dạng 3: Giải bài toán bằng cách lập phương trình

a, Các dạng bài: - Dạng toán có công thức $A=B.C$ (chuyển động, năng suất, xếp ghế,...)

- Dạng số và chữ số
- Dạng có số liệu phần trăm
- Toán có nội dung hình học

b, Phương pháp giải:

Bước 1: Lập phương trình:

- + Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số;
- + Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;
- + Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình

Bước 3: Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không rồi kết luận.

*** Chú ý khi chọn ẩn số:**

- + Đọc thật kỹ bài toán để tìm được các đại lượng, các đối tượng tham gia trong bài toán;
- + Tìm các giá trị của các đại lượng đã biết và chưa biết;
- + Tìm mối quan hệ giữa các giá trị chưa biết của các đại lượng;
- + Chọn một giá trị chưa biết làm ẩn (thường là giá trị bài toán yêu cầu tìm) làm ẩn số ; đặt điều kiện cho ẩn.

c, Ví dụ: Hai đội thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 4 ngày xong công việc. Nếu họ làm riêng thì đội I hoàn thành công việc nhanh hơn đội II là 6 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày xong công việc?

Lời giải:

Gọi thời gian đội I làm một mình xong công việc là: x (ngày) (điều kiện: $x > 4$)

Thế thì đội II một làm mình xong công việc là hết: $x+6$ (ngày)

Trong 1 ngày đội I làm được: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 ngày đội II làm được: $\frac{1}{x+6}$ (công việc)

Trong 1 ngày hai đội làm được: $\frac{1}{4}$ (công việc)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

Giải phương trình ta được $x_1 = -4$ (Không TMĐK); $x_2 = 6$ (TMĐK)

Vậy: Đội I làm xong công việc một mình trong 6 (ngày)

 Đội II làm xong công việc một mình trong 12 (ngày)

d, Bài tập tự luyện:

Bài 1: Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch là 18% và tổ II vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ là bao nhiêu.

Bài 2: Một phòng họp có 240 ghế được xếp thành các dãy có số ghế bằng nhau. Nếu mỗi dãy bớt đi một ghế thì phải xếp thêm 20 dãy mới hết số ghế. Hỏi phòng họp lúc đầu được xếp thành bao nhiêu dãy ghế.

Bài 3: Hai đội thủy lợi cùng đào một con mương. Nếu mỗi đội làm một mình cả con mương thì thời gian tổng cộng hai đội phải làm là 25 ngày. Nếu hai đội cùng làm thì công việc hoàn thành trong 6 ngày. Tính xem mỗi đội làm một mình xong cả con mương trong bao lâu?

Bài 4: Một tam giác vuông có chu vi 30m, cạnh huyền 13m. Tính mỗi cạnh góc vuông.

Bài 5: Theo kế hoạch, một xí nghiệp phải làm 400 dụng cụ trong một thời gian nhất định. Do mỗi giờ làm tăng 20 dụng cụ nên thời gian hoàn thành công việc giảm một giờ. Tính thời gian xí nghiệp phải làm số dụng cụ đó theo kế hoạch?

Bài 6: Một ô tô đi từ Hải Phòng về Hà Nội, đường dài 100km. Người lái xe tính rằng nếu tăng vận tốc thêm 10km/h thì về đến Hà Nội sớm nửa giờ. Tính vận tốc dự định của ô tô.

Bài 7: Hai bến sông A và B cách nhau 30 km. Một canô đi từ A đến B, nghỉ tại B 40 phút rồi lại quay về A, với thời gian tổng cộng là 6 giờ. Tính vận tốc của canô khi nước đứng yên, biết vận tốc của dòng nước là 3 km/h.

Bài 8: Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 60 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành có ba xe phải đi làm việc khác. Vì vậy, mỗi xe phải chở thêm 1 tấn hàng nữa mới hết số hàng đó. Tính số xe lúc đầu của đội biết rằng khối lượng hàng mỗi xe chở là bằng nhau.

PHẦN HÌNH HỌC

Bài tập hình tổng hợp

a, Các dạng bài tập:

- Chứng minh tứ giác nội tiếp
- Chứng minh các quan hệ hình học: Bằng nhau, song song, vuông góc
- Tính toán: độ dài đoạn thẳng, chu vi, diện tích hình tròn, độ dài cung tròn, diện tích quạt tròn...

b, Các phương pháp chứng minh:

- Tứ giác nội tiếp: Sử dụng các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp
- Quan hệ song song: Sử dụng các dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song, định lý Ta-lét đảo, tính chất đường trung bình của tam giác, hình thang, ...
- Quan hệ vuông góc: Sử dụng các dấu hiệu nhận biết 2 đường thẳng vuông góc, tính chất góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, các cách chứng minh tam giác vuông, sử dụng định lý Pitago đảo, ...
- Quan hệ bằng nhau của 2 đoạn thẳng, của 2 góc: Khai thác từ 2 tam giác bằng nhau, từ 2 tam giác đồng dạng, từ các tam giác đặc biệt (tam giác cân, vuông, đều, ...), sử dụng các tính chất của các góc với đường tròn, tính chất liên hệ giữa đường kính và dây cung, giữa cung và dây, giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây, ..., tính chất đường trung trực của đoạn thẳng,...
- Khai thác tứ giác nội tiếp để tính toán độ dài đoạn thẳng, chứng minh góc bằng nhau, chứng minh hai đường thẳng song song...

d, Các bài tập tự luyện:

Bài 1. Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD và BK cắt nhau tại H và lần lượt cắt (O) tại M và N.

- a) CMR: Tứ giác CDHK nội tiếp.
- b) CMR: $CM = CN$
- c) CM: $\triangle CDK$ đồng dạng $\triangle CAB$

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh đáy nhỏ hơn cạnh bên nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn lần lượt cắt tia AC và tia AB ở D và E. CMR:

- a) $BD^2 = AD \cdot CD$
- b) Tứ giác BCDE nội tiếp
- c) $BC \parallel DE$

Bài 3. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB và điểm C nằm trên đường tròn (C không trùng với A và B). Lấy điểm D thuộc đoạn AC (D không trùng với A và C). Tia BD cắt cung nhỏ AC tại điểm M, tia BC cắt tia AM tại điểm N.

1. Chứng minh $MNCD$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $AM \cdot BD = AD \cdot BC$.
3. Gọi I là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM và tam giác BDC. Chứng minh ba điểm N, D, I thẳng hàng.

Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AE và AF tới đường tròn ($E; F$ là các tiếp điểm). Dựng cát tuyến ABC cắt đường tròn tại hai điểm B và C ($AB < AC$, BC không là đường kính của (O)). Gọi I là trung điểm của BC , K là trung điểm của EF . Gọi giao điểm của FI với (O) là D .

- Chứng minh $AE^2 = AB.AC$.
- Chứng minh năm điểm $A; E; O; I; F$ cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $ED // AC$ và tính theo R diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi hai bán kính OE, OF và cung nhỏ EF nếu $OAE = 30^\circ$.
- Chứng minh rằng khi (O) thay đổi, các điểm A, B, C cố định thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OIK luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 5. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A nằm bên ngoài đường tròn với $OA = 3R$. qua A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (O) B, C là hai tiếp điểm)

- Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp
- Kẻ đường kính CD của (O) . chứng minh $BD // OA$
- Kẻ dây BN của (O) song song với AC , AN cắt (O) ở M . chứng minh $MC^2 = MA.MB$

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Vẽ đường cao AH , đường tròn tâm O đường kính AH cắt AB tại E và cắt AC tại điểm F .

- Chứng minh tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật
- Chứng minh tứ giác $BEFC$ nội tiếp
- Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh AI vuông góc với EF

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ nhọn, $B = 60^\circ$ nội tiếp đường tròn $(O; 3\text{cm})$. Vẽ 2 đường cao BE và CF cắt nhau tại H .

- Chứng minh các tứ giác $AEHF, BFEC$ nội tiếp
- Tính độ dài cung nhỏ AC và diện tích quạt tròn OAC (không chứa điểm B)
- Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với EF .